

PM

Enkel modell för att beräkna induktion

Sammanfattning

Enligt ESA ska induktionen beräknas från parallellgående ledningar vid arbete på en ledning. Induktionen ska beräknas med "högsta belastningsström". I ESA anges hur man ska beräkna induktionen med hjälp av typfall och diagram. Dessa bygger på en ekvation som redovisas i TR10-05 från 2009.

I detta dokument redovisas en härledning av denna ekvation, samt jämförande beräkningar m.h.a. impedansberäkningsprogrammet PLINE. Ekvationen är:

$$U_{eff} = f \cdot \mu_0 \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{A + B + C - D - E - F}$$

där

U_{eff} är längsspänningens effektivvärde i [V/m], f är frekvensen (=50), I_{eff} är effektivvärdet av belastningsströmmen och μ_0 är permeabiliteten för vakuum, vilken är ungefär densamma som för luft (= $4\pi \cdot 10^{-7}$). Vidare är:

$$A = \ln^2(2d+r)$$

$$B = \ln^2(d+r)$$

$$C = \ln^2(r)$$

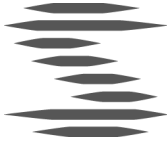
$$D = \ln(2d+r) \cdot \ln(d+r)$$

$$E = \ln(2d+r) \cdot \ln(r)$$

$$F = \ln(d+r) \cdot \ln(r)$$

Där d är fasavståndet för den inducerande (givande) ledningen och r är avståndet mellan de två mest närliggande faserna för den inducerande ledningen och för den ledning som induktionen beräknas för.

Notera att denna enkla modell endast gäller belastningsströmmar och att de resultat som erhålls inte täcker felfall och felströmmar i en parallell ledning.



Innehåll

1	Inledning.....	3
2	Härledning av enkel modell för induktionsberäkningar	3
3	Numeriska jämförande beräkningar	7
3.1	<i>Jämförande beräkning mellan den enkla modellen och PLINE-beräknade ömsesidiga induktanser för en portalstolpledning</i>	7
3.2	<i>Jämförande beräkning av spänning med PLINE-beräknade ömsinduktanser för en ledning med julgransstolpar</i>	8
4	Referenser.....	10



1 Inledning

Enligt ESA ska induktionen beräknas från parallellgående ledningar vid arbete på en ledning. Induktionen ska beräknas med ”högsta belastningsström”. I ESA anges hur man ska beräkna induktionen med hjälp av typfall och diagram. Dessa bygger på en ekvation som redovisas i TR10-05 från 2009.

I detta dokument redovisas en härledning av denna ekvation, samt jämförande beräkningar m.h.a. impedansberäkningsprogrammet PLINE och Scilab-script.

Den allmänna teorin för beräkningarna kan man finna i [1] eller [2]. Beskrivning av PLINE finns i [3].

2 Härledning av enkel modell för induktionsberäkningar

I detta avsnitt redovisas en enkel modell för induktionsberäkningar som bygger på oändligt långa ledare i fri rymd. Det innebär att vi inte tar hänsyn till marken och jordreturer av strömmar. Vidare avser modellen enbart symmetriska trefas belastningsströmmar.

Inducerad spänning (längsspänning) i en ledare som löper parallellt med en strömförande ledare kan tecknas som (vi bortser från kapacitiv koppling):

$$u = M \frac{di}{dt}$$

som för sinusformad ström och spänning kan spänningen tecknas i komplex form:

$$\bar{U} = M \cdot j\omega \cdot \bar{I}$$

där M är den ömsesidiga induktansen, ω är $2\pi \cdot f$ och \bar{I} är den komplexa strömmen (dessutom $f = 50$ Hz).

Den ömsesidiga induktansen mellan en strömförande ledare med ström I och en slinga (ledare med en återledare) är:

$$M = \frac{\Phi}{I}$$

där Φ är magnetiska flödet per längdenhet genom slingan, vilket är lämpligt då vi har antagit oändligt långa ledare. M är induktansen per längdenhet. Flödet fås genom att integrera differentialen

$$d\Phi = B dx$$

där B är flödestätheten och dx är bredden på en litet ytelement.

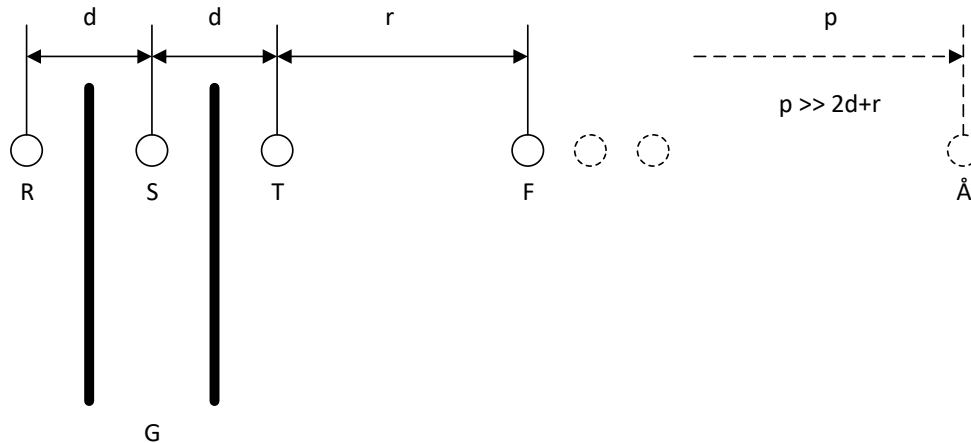
Flödestätheten kan uttryckas m.h.a. Biot-Savart's lag:



$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi x}$$

Där B är flödestätheten på avståndet x från en oändligt lång ledare som bär strömmen I .

Antag nu att vi har en givande portalstolpledning G med fasavståndet d och fasföljden enligt Figur 1 nedan. Parallellt med denna går en annan portalstolpledning där avståndet mellan de två närmsta faserna för de båda ledningar är r enligt figuren. Vi vill räkna ut induktionen i den närmaste fasen, F , i den parallellgående ledningen och bortser därför från de två övriga faserna i den parallellgående ledningen, streckade i Figur 1. Antag vidare att vi har en fiktiv återledare \hat{A} till fasen F på ett fiktivt avstånd p sådant att $p \gg 2d+r$.



Figur 1: Givande portalstolpledning G med fasavståndet d och avståndet r till närmsta fasen F på mottagande ledning enligt figuren. p är avståndet till en fiktiv återledare \hat{A} till fasen F .

Vi vill nu beräkna flödet som fas R i ledning G ger upphov till i slingan F - \hat{A} . Detta fås genom integration (notera att vi kan välja integrations ordning godtyckligt då vi inte har valt några referensriktningar). Flödet från fas R kan tecknas:

$$\Phi_R = \mu_0 \frac{I_R}{2\pi} \int_p^{2d+r} \frac{1}{x} dx = \mu_0 \frac{I_R}{2\pi} [\ln(2d+r) - \ln(p)] = \mu_0 \frac{I_R}{2\pi} \ln\left(\frac{2d+r}{p}\right)$$

Det sista skrivsättet är inte så användbart i detta fall.

Den ömsesidiga induktansen per längdenhet mellan R -fasen och slingan F - \hat{A} fås som:

$$M_R = \frac{\Phi_R}{I_R} = \frac{\mu_0}{2\pi} [\ln(2d+r) - \ln(p)]$$

På analogt vis erhålls för S - och T -fasen:



$$M_S = \frac{\mu_0}{2\pi} [\ln(d+r) - \ln(p)]$$

$$M_T = \frac{\mu_0}{2\pi} [\ln(r) - \ln(p)]$$

Vi antar symmetrisk tre-fasström. Vi antar vidare att strömmen i fas R är riktfas. Strömmarna kan då skrivas i komplex form som:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\bar{I}_R = I$$

$$\bar{I}_S = I \cdot a^2 = I \cdot \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\bar{I}_T = I \cdot a = I \cdot \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Det innebär att längsspänningen i fasen F i den mottagande ledningen kan skrivas som:

$$\bar{U}_F = M_R \cdot j\omega \cdot \bar{I}_R + M_S \cdot j\omega \cdot \bar{I}_S + M_T \cdot j\omega \cdot \bar{I}_T = j\omega \cdot I \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot K = j \cdot f \cdot I \cdot \mu_0 \cdot K$$

ekv. (1)

där K är:

$$K = \ln(2d+r) - \ln(p) - \frac{1}{2} [\ln(d+r) - \ln(p)] - j\frac{\sqrt{3}}{2} [\ln(d+r) - \ln(p)] - \frac{1}{2} [\ln(r) - \ln(p)] + j\frac{\sqrt{3}}{2} [\ln(r) - \ln(p)]$$

Vi ser att alla \ln -uttryck för den fiktiva återledaren \bar{A} tar ut varandra och avståndet p saknar betydelse. Vi får kvar:

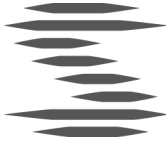
$$K = \ln(2d+r) - \frac{1}{2} \ln(d+r) - \frac{1}{2} \ln(r) + j\frac{\sqrt{3}}{2} [\ln(r) - \ln(d+r)]$$

Vi är intresserade av storleken på den inducerade spänningen och beräknar därför absolutbeloppet på spänningen:

$$U_F = f \cdot I \cdot \mu_0 \cdot |K|$$

där

$$|K| = \sqrt{(\operatorname{Re}(K))^2 + (\operatorname{Im}(K))^2} = \sqrt{N}$$



Vi får att:

$$\begin{aligned} N &= \left[\ln(2d+r) - \frac{1}{2}(\ln(d+r)) - \frac{1}{2}(\ln(r)) \right]^2 + \frac{3}{4}[\ln(r) + \ln(d+r)]^2 \\ &= \ln^2(2d+r) + \frac{1}{4}\ln^2(d+r) + \frac{1}{4}\ln^2(r) - \ln(2d+r) \cdot \ln(d+r) \\ &\quad - \ln(2d+r) \cdot \ln(r) + \frac{1}{2}\ln(d+r) \cdot \ln(r) \\ &\quad + \frac{3}{4}[\ln^2(r) + \ln^2(d+r) - 2\ln(d+r) \cdot \ln(r)] \\ &= \ln^2(2d+r) + \ln^2(d+r) + \ln^2(r) - \ln(2d+r) \cdot \ln(d+r) \\ &\quad - \ln(2d+r) \cdot \ln(r) - \ln(d+r) \cdot \ln(r) \end{aligned}$$

Vilket ger att:

$$U_F = f \cdot \mu_0 \cdot I \cdot \sqrt{A + B + C - D - E - F}$$

ekv. (2)

där

I är effektivvärdet på belastningsströmmen

f är frekvensen, = 50

μ_0 är permeabiliteten för vakuum (\approx luft) = $4\pi \cdot 10^{-7}$

och

$$A = \ln^2(2d+r)$$

$$B = \ln^2(d+r)$$

$$C = \ln^2(r)$$

$$D = \ln(2d+r) \cdot \ln(d+r)$$

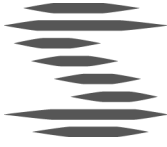
$$E = \ln(2d+r) \cdot \ln(r)$$

$$F = \ln(d+r) \cdot \ln(r)$$

För att få ett spänningsvärde skall resultatet från ovanstående ekvation multipliceras med längden på parallellgången i meter.

Notera att denna enkla modell endast gäller belastningsströmmar och att de resultat som erhålls inte täcker felfall och felströmmar i en parallell ledning.

Notera vidare att ovanstående ekvation och beräkningssätt inte tar hänsyn till eventuella skruvar. Metoden ger alltså en överskattning av spänningen. Önskar man ta hänsyn till skruvar måste man dela upp den parallella sträckan i sektioner med olika fasföljd och räkna komplext.



3 Numeriska jämförande beräkningar

Gemensamma data för alla beräkningar i detta kapitel är:

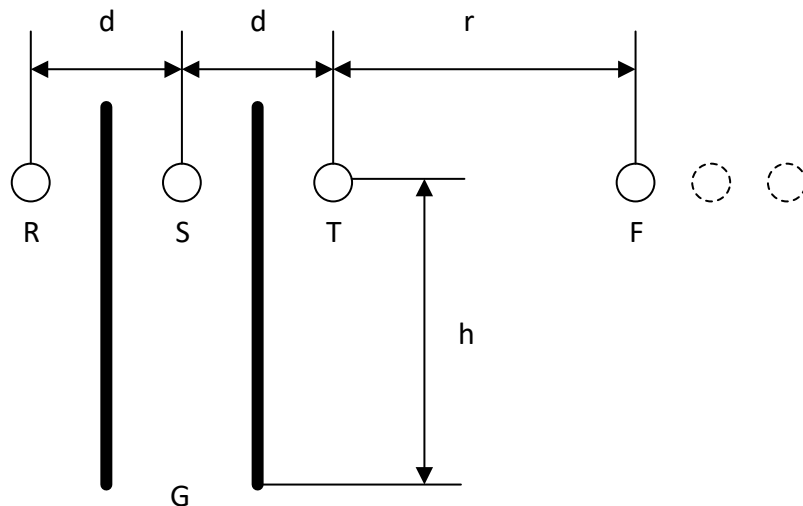
Belastningsströmmen:	$I = 100$ Arms
Längden på parallellgången:	$L = 10$ km = 10 000 m
Fasavstånd för den givander ledningen:	$d = 9$ m
Avstånd mellan mottagande fas och närmsta fasen i en givande ledningen:	$r = 14$ m

Måtten d och r motsvara approximativt måtten för en stilistisk julgran, se Figur 3 nedan.

Alla beräkningar är genomförda m.h.a. script och Scilab 6.0.1.

3.1 Jämförande beräkning mellan den enkla modellen och PLINE-beräknade ömsesidiga induktanser för en portalstolpledning

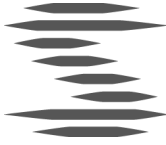
Den ledning vi räknar på framgår av Figur 2.



Figur 2: Portalstolpledning för numeriska jämförande beräkningar.

Måtten är enligt ovan. Höjden h tillkommer för den numeriska beräkningarna av ömsesidiga induktanser i PLINE.

Höjden på ledning är satt till: $h = 15$ m



Ekvation (2), dvs. den **enkla** härledda **metoden**, ger spänningen: **45,285 V**

För att beräkna spänningen längs den 10 km långa parallellgången med PLINE-beräknade ömsesidiga induktanser använder vi oss av den första delen av ekv. (1) ovan, dvs.:

$$\bar{U}_F = M_{RF} \cdot j\omega \cdot \bar{I}_R + M_{SF} \cdot j\omega \cdot \bar{I}_S + M_{TF} \cdot j\omega \cdot \bar{I}_T$$

där strömmarna är komplexa enligt beskrivningen under kapitel 2. Notera att spänningen är komplex. För att erhålla värdet nedan beräknas absolutbeloppet av spänningen.

Från PLINE erhålls (utskrift från Scilab-script):

$M_{RF} = 0.99621 \cdot 10^{-6}$; // Ömsinduktansen mellan fas R och F [H/m]

$M_{SF} = 1.06225 \cdot 10^{-6}$; // Ömsinduktansen mellan fas S och F [H/m]

$M_{TF} = 1.16154 \cdot 10^{-6}$; // Ömsinduktansen mellan fas T och F [H/m]

Scilab-beräkning med komplexa strömmar och

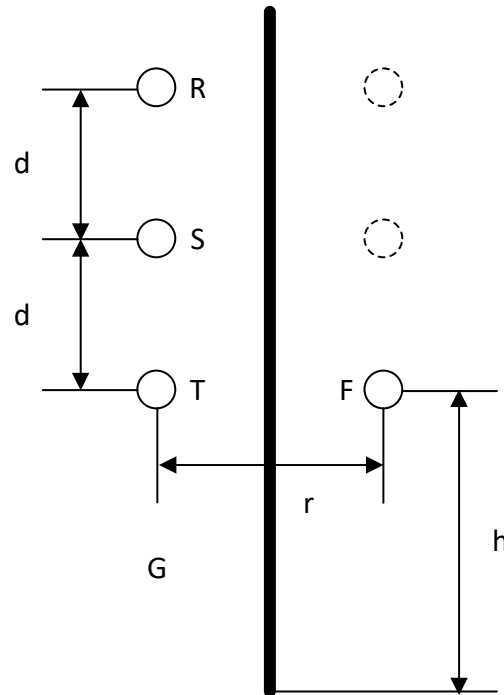
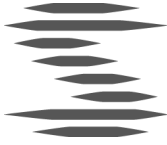
PLINE-beräknade ömsinduktanser ger spänningen: **45,284 V**

vilket stämmer väl med den enkla härledda metoden.

Vid beräkningarna i PLINE har enkla Curlew använts. Beräkningar av ömsinduktanser har även skett för duplex Curlew och triplex Curlew med separationen 0,45 m utan nämnvärda skillnader i induktansvärden. Även en tripplering av höjde h har provats utan skillnader i resultat.

3.2 Jämförande beräkning av spänning med PLINE-beräknade ömsinduktanser för en ledning med julgransstolpar

Den ledning vi räknar på framgår av Figur 3.



Figur 3: Julgransledning för numeriska beräkningar.

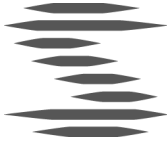
För beräkningarna används samma komplexa ekvation som ovan, men med följande induktansvärden (utskrift från Scilab-script):

```
MRF = 1.06397*10-6; // Ömsinduktansen mellan fas R och F [H/m]
MSF = 1.12695*10-6; // Ömsinduktansen mellan fas S och F [H/m]
MTF = 1.16154*10-6; // Ömsinduktansen mellan fas T och F [H/m]
// OBS! MTF blir samma som ovan.
```

Scilab-beräkning med komplexa strömmar och
PLINE-beräknade ömsinduktanser för en
julgransledning ger spänningen:

26,918 V

Inom ebr har ett Excel-blad tagits fram som bygger på ovan här härledda enkla metoden för portalstolpledningar. Vi ser att om man använder metoden rakt av kommer man att kraftigt överskatta den inducerade spänningen för en ledning med julgransstolpar (>40%) om man jämför med mer noggranna beräkningar med PLINE-beräknade ömsinduktanser. Felskattningen går dock åt rätt håll och man underskattar alltså inte den inducerade spänningen.



4 Referenser

- [1] Nicklasson, Ö., Öberg, I.: Teknisk ellära. Del 1 och 2. Läromedelsförlagen Västerås 1968 och 1969.
- [2] Elgard, O. I.: Electric Energy System Theory. McGraw-Hill. University of Florida 1982.
- [3] Jonas, F.: PC Program for Calculation of Power Line Parameters. PLINE 2.0 User's Guide. STRI-rapport S95-067. Ludvika 1995-.